

31.1

Geometry of Existence

The Geometric Process of Mass–Energy Formation Based on Multiplicative-Invariant Phase Equilibrium

Abstract

Why does nature generate stable structures over an enormous range of scales while preserving a coherent and persistent order?

This work proposes **Geometry of Existence**, an ontological and geometric framework in which stable physical entities emerge through **time-independent phase equilibrium** and **multiplicative-invariant geometry**, rather than through particles evolving along a fundamental time axis.

Within the Complex Oscillator Dynamics (COD) framework, the fundamental structure of existence is expressed as

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q},$$

where a stable entity satisfies the intrinsic equilibrium condition

$$\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|.$$

Existence is therefore interpreted as the recursive self-organization of complex phase fields whose local phase mismatch continuously converges toward equilibrium,

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0.$$

This process gives rise to a stable **Complex Quaternionic Spherical Oscillator**, which is proposed as the common ontological structure underlying physical entities across all scales.

Mass is interpreted as the geometric condensation of a self-consistent phase field rather than as an elementary primitive. The resulting **Mass Geometry** is described by a multiplicative-invariant relationship between local and global structures, while the characteristic constants governing phase transfer and gravitational condensation satisfy reciprocal geometric eigenvalue relations. Within this framework, the universal phase-transfer scale and the local gravitational-condensation scale are interpreted as complementary manifestations of a single geometric principle.

The recursive organization of existence is proposed to develop through successive structural levels, from bosonic phase fields (k^1), non-commutative energy structures (k^2), and stable massive quaternionic oscillators (k^3), to highly condensed gravitational configurations (k^4). The detailed treatment of the highest condensation state is presented separately in the Supplementary Material.

Rather than introducing independent laws for different physical domains, the COD framework proposes that the diversity of nature arises from repeated self-organization of a single geometric principle. In this interpretation, **Geometry of Existence** provides a unified ontological framework grounded in multiplicative invariance and time-independent phase equilibrium.

1. Introduction

Modern physics has achieved remarkable success in quantitatively describing natural phenomena. Classical mechanics, quantum mechanics, general relativity, and the Standard Model have each demonstrated substantial predictive power within their respective domains and have laid the foundation for modern science and technology.

Despite these achievements, a fundamental question remains unresolved: why do stable physical structures exist across an enormous range of scales? While mass, space, fields, particles, and interactions are commonly treated as fundamental entities, a unified geometric principle underlying their stable organization has yet to be established.

This study proposes **the Geometry of Existence** as a unified geometric framework based on **Multiplicative-Invariant Phase Equilibrium**. Within the proposed Complex Oscillator Dynamics (COD) framework, existence is interpreted not as a collection of independent particles, but as the recursive self-organization of a self-consistent complex phase field.

The fundamental state of existence is defined as

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q},$$

subject to the equilibrium condition

$$\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|,$$

where $\mathbf{P}$ denotes the global phase component and $\mathbf{Q}$ represents the local complex quaternionic phase structure. Stable existence is further proposed to satisfy the recursive phase-equilibrium condition

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0, \\ \Delta[\sum K_{ij} (\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$$

and is interpreted as a **Complex Quaternionic Spherical Oscillator**.

The present work develops the Geometry of Existence and interprets stable mass-energy structures as geometric eigenstructures emerging through multiplicative-invariant phase equilibrium.

2. Geometry of Existence

Modern physics describes mass, fields, particles, and interactions as the fundamental constituents of nature. The COD framework proposes a more fundamental perspective: **stable existence is a geometrically self-consistent structure.**

The fundamental state of existence is defined as

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q},$$

where $\mathbf{P}$ denotes the global phase component and $\mathbf{Q}$ represents the local complex quaternionic phase component.

A stable state is proposed to satisfy the phase-equilibrium condition

$$\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|.$$

This condition represents a state of geometric self-consistency between the global and local phase structures.

Within the COD framework, existence is not interpreted as a collection of independent particles. Rather, it is understood as a geometric structure emerging through the recursive self-organization of a complex phase field. The same organizing principle is proposed to recur across all physical scales.

Accordingly, the Geometry of Existence is proposed as the geometric principle through which stable physical existence emerges and is maintained.

3. Time-Independent Phase Equilibrium

The COD framework interprets stable existence as a state of **time-independent phase equilibrium**, rather than as a process fundamentally governed by temporal evolution.

The stability condition is expressed as

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0,$$

indicating that phase mismatches recursively diminish toward a self-consistent equilibrium.

The same principle is formulated variationally as

$$\delta[\Sigma K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0,$$

where K_{ij} denotes the phase-coupling coefficient and Φ_i represents the phase degree of freedom of each local structure. This variational formulation describes the recursive process through which stable existence emerges.

When this condition is satisfied, the system reaches a minimum phase-mismatch configuration, giving rise to a stable equilibrium state.

Within this framework, time is not treated as an independent physical entity governing existence. Instead, it serves as an observational parameter describing change, whereas the fundamental variables are the phase structure and its condition of self-consistency.

Accordingly, motion is interpreted not as the generation of trajectories along a time axis, but as the continuous restoration of self-consistency between local phase structures and the global phase field. Stable existence is therefore proposed to correspond to the stationary state of a Complex Quaternionic Spherical Oscillator satisfying time-independent phase equilibrium.

4. Multiplicative-Invariant Geometry

The COD framework proposes that stable existence preserves the same geometrically self-consistent structure across all physical scales. This universal self-similarity is expressed through the principle of **Multiplicative Invariance**.

The relationship between local and global structures is defined as

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{M}_T \cdot \mathbf{r},$$

or equivalently,

$$\mathbf{M} / \mathbf{M}_T = \mathbf{r} / \mathbf{R},$$

where $\mathbf{M}$ and $\mathbf{r}$ denote the local mass and its corresponding characteristic radius, while $\mathbf{M}_T$ and $\mathbf{R}$ represent the total baryonic mass of the universe and the corresponding cosmic reference radius, respectively.

These relations imply that local and global structures preserve the same geometric proportionality, suggesting that stable existence shares a common multiplicative-invariant geometry across all scales.

Introducing the normalized quantities,

122 $\mu = \mathbf{M_T} / \mathbf{R},$

123 $\mu^{-1} = \mathbf{R} / \mathbf{M_T},$

124 $\mu \cdot \mu^{-1} = 1.$

125 Within the COD framework, this relation is interpreted not merely as a proportionality, but as
 126 a universal condition of geometric self-consistency through which stable structures preserve
 127 their intrinsic geometry.

128 Accordingly, Multiplicative Invariance is proposed as the geometric constraint linking local
 129 and global structures and as a fundamental principle underlying self-similarity and stability
 130 throughout nature.

131

132 5. Mass Geometry

133 Within the COD framework, mass is not assumed to be an independent fundamental quantity.
 134 Instead, it is interpreted as a **geometric eigenvalue** emerging from the condensation of a
 135 complex phase field in a stable phase-equilibrium state.

136 The geometric definition of mass is expressed as

137 $\mathbf{M} \propto \int |\nabla\Phi|^3 dV,$

138 where $\nabla\Phi$ denotes the spatial phase gradient.

139 The mass structure is characterized by the following geometric eigenvalues with the universal
 140 reference structure:

141 $\lambda_{\mathbf{c}} = 2\sqrt{3},$

142 $\lambda_{\mathbf{G}} = \sqrt{3} / 6,$

143 which satisfy

144 $\lambda_{\mathbf{c}} \cdot \lambda_{\mathbf{G}} = 1.$

145 Accordingly, the global geometric structure of the universe is expressed as

146 $\mathbf{c}^2 = \lambda_{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{M_T} / \mathbf{R},$

147 or equivalently,

$$\mathbf{G} = \lambda_{\mathbf{G}} \cdot \mathbf{c}^2 \cdot \mathbf{R} / \mathbf{M}_{\mathbf{T}}.$$

Within this interpretation, $\mathbf{c}$ is proposed as the geometric scale governing global phase transfer, whereas $\mathbf{G}$ represents the geometric scale governing local phase condensation. Rather than being independent physical constants, they are interpreted as complementary geometric eigenvalues connected through multiplicative-invariant geometry.

From this perspective, mass is understood not as an intrinsic property of matter, but as a geometric condensation emerging when local phase structures achieve time-independent phase equilibrium with the global phase field.

6. Geometry-Derived Mass Eigenstructures

6.1 Stable Particle Mass Eigenstructures

Within the COD framework, stable elementary particles are interpreted as mass eigenstructures emerging from time-independent phase equilibrium.

The corresponding mass-radius eigenstructure is defined by

$$\mathbf{r}_{\mathbf{i}} = \sqrt[3]{3 \cdot (2\mathbf{G}\mathbf{m}_{\mathbf{i}} / \mathbf{c}^2)}$$

where

- $\mathbf{m}_{\mathbf{i}}$: particle mass eigenvalue
- $\mathbf{r}_{\mathbf{i}}$: COD phase-condensation radius

The phase-condensation radius represents the intrinsic geometric scale associated with each stable mass eigenvalue.

The following calculations employ the universal reference parameters

$$\mathbf{M}_{\mathbf{T}} = 1.70 \times 10^{53} \text{ kg}$$

$$\mathbf{R} = 4.40 \times 10^{26} \text{ m}$$

Table 1. COD-Derived Stable Particle Mass Eigenstructures

Particle	Mass Eigenvalue m_i (kg)	COD Mass-Radius Eigenstructure $r_e = 2.34339 \times 10^{-57} \text{ m}$	Normalized COD Radius r_i/R	Reference r_i/R (Multiplicative Invariance)	Normalization Offset
Electron	9.10938×10^{-31}	$r_e = 2.34339 \times 10^{-57} \text{ m}$	5.32588×10^{-84}	5.35846×10^{-84}	+0.6118%
Proton	1.67262×10^{-27}	$r_p = 4.30282 \times 10^{-54} \text{ m}$	9.77913×10^{-81}	9.83895×10^{-81}	+0.6118%
Neutron	1.67493×10^{-27}	$r_n = 4.30875 \times 10^{-54} \text{ m}$	9.79261×10^{-81}	9.85251×10^{-81}	+0.6118%

6.2 Interpretation

Table 1 presents the COD mass eigenstructures of the electron, proton, and neutron.

For each particle, the observed mass eigenvalue uniquely determines a corresponding phase-condensation radius through

$$r_i = \sqrt{3} \cdot (2Gm_i / c^2).$$

The normalized radius r_i/R is then compared with the reference value expected from the multiplicative-invariant relation

$$m_i/M_T = r_i/R.$$

Using the adopted reference parameters, all three particles exhibit the same normalized offset of approximately +0.6118%.

Within the COD framework, this common difference is interpreted as originating from the adopted cosmological reference parameters (M_T , R), rather than from particle-dependent effects. Consequently, the result suggests that a single multiplicative-invariant geometric structure consistently describes the stable mass eigenstructures of elementary particles.

6.3 Connection to Macroscopic Structures

The corresponding macroscopic evaluation is presented in **Supplementary Table S1**, where the same multiplicative-invariant relation is applied to the Sun and the eight planets.

The identical normalized difference obtained across both microscopic and macroscopic systems indicates that the proposed relation

$$M/M_T = r/R$$

maintains a consistent geometric form over a broad range of physical scales.

Rather than representing multiple independent confirmations, these calculations demonstrate the internal consistency of a single universal geometric relation

7. Discussion

This study proposes a COD geometric framework in which mass is interpreted as an **eigenvalue of existence**, grounded in time-independent phase equilibrium and multiplicative-invariant geometry.

From this perspective, every stable entity possesses an intrinsic mass and a corresponding phase-condensation radius,

$$r_i = \sqrt[3]{3 \cdot (2Gm_i / c^2)}.$$

Accordingly, geometric quantities such as length, area, and volume are not regarded as absolute measures independent of physical structure. Rather, they are understood as components of an **intrinsic mass–radius structure** determined by the degree of condensation of the phase field, or equivalently, by the magnitude of the gravitational structure associated with that mass.

The present study quantitatively shows that this structure can be expressed through the same multiplicative-invariant relation across both microscopic particles and macroscopic astronomical bodies.

Future research may proceed in two principal directions.

1. Extension and validation of the geometric framework

The proposed framework should be extended to gravitation, quantum fields, cosmology, and other physical domains, and evaluated through systematic comparison with experimental and observational evidence.

2. Engineering applications of phase geometry

Multiplicative invariance and normalized phase-value structures provide a potential foundation for phase control, energy transmission, electrical power systems, semiconductor manufacturing, optics, quantum engineering, autonomous systems, and other engineering technologies. These developments may establish a new field of **phase engineering** based on geometric self-consistency.

Within the COD framework, the physical world is composed of mass as an intrinsic eigenvalue of existence and of hierarchical, self-similar mass–radius structures formed in correspondence with that mass. Length, area, and volume vary according to the condensation structure of each phase field and the associated gravitational scale. This interpretation offers a

new research direction for understanding microscopic and macroscopic structures within a unified, time-independent geometry.

8. Conclusion

This study proposes a COD geometric framework in which mass is interpreted as an intrinsic eigenvalue of existence, based on time-independent phase equilibrium and multiplicative-invariant geometry.

Within this framework, every stable entity possesses an intrinsic mass together with a corresponding intrinsic mass-radius structure. The present work shows that both microscopic particles and macroscopic astronomical bodies can be described by the same multiplicative-invariant relation.

This perspective suggests that geometric quantities such as length, area, and volume need not be regarded as absolute measures, but may instead be interpreted as intrinsic geometric properties determined by the condensation structure of each phase field.

The framework presented here provides a unified geometric interpretation of existence based on time-independent phase equilibrium. It is intended as a theoretical foundation for future investigations into its consistency with physical phenomena and its potential applications across physics and engineering.

These developments may establish a new field of phase engineering based on geometric self-consistency.

Supplementary 1

Macroscopic Validation of the Multiplication-Invariant Physical Structure

Internal Consistency of the Multiplication-Invariant Mass Radius (MIMR) Across the Solar System

1. Objective

This Supplementary examines whether the **Multiplication-Invariant (MI)** structure proposed within the **Complex Oscillator Dynamics (COD)** framework maintains a consistent normalized relationship at Solar-System scales.

COD proposes that every stable physical body possesses an **Intrinsic Mass Radius**, referred to here as the **Multiplication-Invariant Mass Radius (MIMR)**.

The MIMR is defined as

$$r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2).$$

where

- **G** is the gravitational constant,
- **M** is the mass of the body, and
- **c** is the speed of light.

Within the COD framework, the MIMR is interpreted as the intrinsic geometric radius associated with the stable phase structure of matter.

2. Multiplication-Invariant Normalization

COD proposes that local mass and the global cosmological scale satisfy the normalized relation

$$M / M_{\text{T}} = r_{\text{MIMR}} / R.$$

Here,

- **M_T** denotes the reference mass of the observable universe,
- **R** denotes the corresponding cosmological reference radius.

This normalization is equivalent to the multiplication-invariant relation

$$M \cdot R = M_{\text{T}} \cdot r_{\text{MIMR}}.$$

Substituting

$$r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2)$$

into the normalized equation yields the cosmological scaling identity

284 $c^2 = 2\sqrt{3} \cdot GM_T / R.$

285 The purpose of this Supplementary is to examine the internal consistency of this
286 normalization across representative Solar-System bodies.

287

288 3. Computational Conditions

289 The following cosmological reference values were adopted:

290 $M_T = 1.70 \times 10^{53} \text{ kg}$

291 $R = 4.40 \times 10^{26} \text{ m}$

292 For the Sun and the eight major planets, the intrinsic mass radius

293 $r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2)$

294 was calculated and compared with the normalized mass ratio.

295 The following quantities were evaluated:

296 M / M_T

297 r_{MIMR} / R

298 and

299 $(M / M_T) / (r_{\text{MIMR}} / R).$

300

301 Table S1. Consistency Test of the 302 Multiplication-Invariant Geometry Across the 303 Solar System

Body	Mass M (kg)	Schwarzschild Radius r_s (m)	MIMR Radius $r = \sqrt{3} \cdot r_s$ (m)	M/M_T	r/R	$(M/M_T)/(r/R)$	Error
Mercury	3.301×10^{23}	4.9028×10^{-4}	8.4918×10^{-4}	1.9418×10^{-30}	1.9300×10^{-30}	1.006118	+0.6118%

Body	Mass M (kg)	Schwarzschild Radius r_s (m)	MIMR Radius $r = \sqrt{3} \cdot r_s$ (m)	M/M_T	$r/R (M/M_T)/(r/R)$	Error
Venus	4.867×10^{24}	7.2286×10^{-3}	1.2520×10^{-2}	2.8629×10^{-29}	2.8455×10^{-29}	1.006118 +0.6118%
Earth	5.972×10^{24}	8.8698×10^{-3}	1.5363×10^{-2}	3.5129×10^{-29}	3.4916×10^{-29}	1.006118 +0.6118%
Mars	6.417×10^{23}	9.5307×10^{-4}	1.6508×10^{-3}	3.7747×10^{-30}	3.7518×10^{-30}	1.006118 +0.6118%
Jupiter	1.898×10^{27}	2.8190	4.8826	1.1165×10^{-26}	1.1097×10^{-26}	1.006118 +0.6118%
Saturn	5.683×10^{26}	0.84406	1.4620	3.3429×10^{-27}	3.3226×10^{-27}	1.006118 +0.6118%
Uranus	8.681×10^{25}	0.12893	0.22332	5.1065×10^{-28}	5.0754×10^{-28}	1.006118 +0.6118%
Neptune	1.024×10^{26}	0.15209	0.26342	6.0235×10^{-28}	5.9869×10^{-28}	1.006118 +0.6118%
Sun	1.989×10^{30}	2954.1	5116.7	1.1700×10^{-23}	1.1629×10^{-23}	1.006118 +0.6118%

4. Interpretation

A notable feature of Table S1 is that the normalized ratio

$$(M / M_T) / (r_{\text{MIMR}} / R)$$

takes the identical value

$$\mathbf{1.006118}$$

for all nine Solar-System bodies, corresponding to a uniform deviation of

$$\mathbf{+0.6118\%}.$$

This uniformity follows directly from the definition

$$\mathbf{r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2),}$$

for which the body-dependent mass **M** appears in both the numerator and denominator of the normalized ratio and therefore cancels algebraically.

Consequently, Table S1 does **not** provide nine statistically independent confirmations of the proposed framework.

318 Instead, each entry represents a repeated evaluation of the same cosmological scaling
 319 identity,

$$320 \quad \mathbf{c}^2 = 2\sqrt{3} \cdot \mathbf{GM_T} / \mathbf{R}.$$

321 The significance of Table S1 therefore lies in demonstrating that a single cosmological
 322 normalization consistently reproduces the normalized mass-radius relationship across
 323 representative Solar-System bodies.

324 Within the COD framework, this consistency is interpreted as evidence for the **internal**
 325 **geometric self-consistency** of the proposed multiplication-invariant structure rather than as
 326 multiple independent observational validations.

327

328 5. Physical Interpretation

329 The principal implication of Table S1 is not that each planetary body independently
 330 establishes a new physical law.

331 Rather, the table shows that the same normalized geometric relationship is consistently
 332 maintained across Solar-System scales.

333 Within the COD framework, this is interpreted as a manifestation of **macroscopic geometric**
 334 **self-consistency** arising from the multiplication-invariant relation

$$335 \quad \mathbf{M} / \mathbf{M_T} = \mathbf{r_MIMR} / \mathbf{R}.$$

336 Accordingly, local mass and the global cosmological scale are proposed to share a common
 337 normalized geometric structure.

338 This interpretation remains a theoretical proposal within the COD framework. Establishing its
 339 broader physical validity would require additional independent predictions and observational
 340 tests beyond the internal consistency demonstrated here.

341

342 6. Conclusion

343 For the Sun and the eight major planets, the normalized quantity

$$344 \quad (\mathbf{M} / \mathbf{M_T}) / (\mathbf{r_MIMR} / \mathbf{R})$$

345 consistently yields

1.006118

with a uniform deviation of

+0.6118%.

This result indicates that the cosmological scaling identity

$$c^2 = 2\sqrt{3} \cdot GM_T / R$$

reproduces the same normalized mass-radius relationship throughout the Solar System.

Within the COD framework, this consistency is interpreted as evidence for the **macroscopic internal consistency** of the proposed multiplication-invariant geometry.

The present Supplementary therefore provides a normalization-based consistency analysis that complements the main manuscript. Further assessment of the proposed framework will depend on future theoretical developments together with independent observational and experimental tests.

References

Author	Year	Key citation concept	Location
Newton, I.	1687	Classical gravitation	Introduction
Hamilton, W. R.	1834–1835	Hamiltonian variational mechanics	Introduction, Sec. 3
Hamilton, W. R.	1843	Quaternions and geometric algebra	Sec. 2
Riemann, B.	1859	Geometric structure and eigenvalue viewpoint	Discussion
Hilbert, D.	1900	Variational principle and mathematical formulation	Sec. 3
Einstein, A.	1915	General relativity and spacetime geometry	Introduction
Noether, E.	1918	Symmetry and conservation laws	Sec. 3
Schrödinger, E.	1926	Complex wave representation	Sec. 2
Yang, C. N. & Mills, R. L.	1954	Gauge-field geometry	Discussion
Penrose, R.	1965	Gravitational geometry and singularity theory	Discussion
Mandelbrot, B. B.	1982	Self-similarity and scale invariance	Sec. 4
Hestenes, D.	1966	Geometric algebra	Sec. 2

Author	Year	Key citation concept	Location
Planck Collaboration	2020	Cosmological parameters (baryonic mass, universe scale)	Sec. 6

360 Ryoo, J. K. (2026). *Geometry of Existence: The Geometric Process of Mass–Energy*
361 *Formation Based on Multiplicative-Invariant Phase Equilibrium.*
362 <https://doi.org/10.5281/zenodo.21504403>

363

364

365

존재의 기하학

The Geometric Process of Mass–Energy Formation Based on Multiplicative-Invariant Phase Equilibrium

초록

자연은 왜 우주 규모에서 소립자에 이르기까지 수많은 안정된 존재를
생성하면서도 하나의 조화로운 질서를 유지하는가?

본 연구는 이 질문에 대해 시간축 위에서 운동하는 입자 중심의 관점 대신,
시간독립 위상평형(Time-Independent Phase Equilibrium)과 **승산불변(Multiplicative
Invariance)**을 존재의 가장 근본적인 기하 원리로 제안한다.

COD(Complex Oscillator Dynamics)에서는 존재의 기본 구조를

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q}$$

로 정의한다.

여기서 $\mathbf{P}$ 는 전역 위상 구조, $\mathbf{Q}$ 는 국소 복소 쿼터니언 위상 구조를 나타내며,
안정된 존재는

$$\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|$$

의 자기정합 위상평형을 유지한다.

국소 위상 오차는

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$$

으로 수렴하며, 이러한 재귀적 자기조직화를 통해 안정된 **복소 쿼터니언 구형
진동자(Complex Quaternionic Spherical Oscillator)**가 형성된다.

387 COD 는 질량을 독립적인 기본량이 아니라 자기정합된 위상장의 기하학적
388 응축으로 해석한다. 이에 따라 질량은

$$389 \quad \mathbf{M} \propto \int |\nabla \Phi|^3 dV$$

390 로 표현되는 질량 기하(Mass Geometry)를 가지며, 국소 질량 구조와 전역
391 위상장은 승산불변 관계를 만족한다.

$$392 \quad \mathbf{M} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{M}_T \cdot \mathbf{r}$$

393 또한 질량 응축 기하는

$$394 \quad \mu = \mathbf{M}_T / \mathbf{R}$$

$$395 \quad \mu^{-1} = \mathbf{R} / \mathbf{M}_T$$

$$396 \quad \mu \cdot \mu^{-1} = 1$$

397 의 상보 구조를 이루며,

$$398 \quad \lambda_c = 2\sqrt{3}$$

$$399 \quad \lambda_G = \sqrt{3} / 6$$

$$400 \quad \lambda_c \cdot \lambda_G = 1$$

401 이라는 기하 고유값을 통해 전역 위상 전달과 국소 중력 응축의 관계를
402 연결한다.

403 COD 에서는 존재의 자기조직화가

404 $\mathbf{k}^1$ (보손 위상장)

405 $\rightarrow \mathbf{k}^2$ (비가환 에너지 구조)

406 $\rightarrow \mathbf{k}^3$ (비가환 질량체)

407 $\rightarrow \mathbf{k}^4$ (고응축 중력 구조)

408 로 발달한다고 제안하며, 최고 응축 구조에 대한 구체적인 수학적 전개는
409 Supplementary 에서 제시한다.

410 본 연구는 다양한 물리 현상을 개별 법칙의 집합으로 이해하기보다, 하나의
411 보편적 기하 원리가 모든 스케일에서 반복적으로 자기조직화되는 과정으로
412 해석하는 존재론적 틀을 제안한다.

413

414 1. 서론

415 현대 물리학은 자연 현상을 정량적으로 기술하는 데 놀라운 성공을
416 거두었습니다. 고전 역학, 양자 역학, 일반 상대성 이론, 그리고 표준 모형은 각각
417 해당 영역에서 상당한 예측력을 보여주었으며 현대 과학 기술의 토대를
418 마련했습니다.

419

420 이러한 성과에도 불구하고, 근본적인 질문 하나가 여전히 해결되지 않은 채 남아
421 있습니다. 왜 안정적인 물리적 구조가 매우 다양한 규모에 걸쳐 존재하는가?
422 질량, 공간, 장, 입자, 그리고 상호작용은 일반적으로 기본 실체로 취급되지만,
423 이러한 요소들의 안정적인 조직화를 뒷받침하는 통일된 기하학적 원리는 아직
424 확립되지 않았습니다.

425

426 본 연구에서는 안정적인 존재를 지배하는 근본적인 기하학적 원리로 곱셈
427 불변성과 시간 독립적 위상 평형을 제안합니다. 제안된 복합 진동자 역학(COD)
428 프레임워크 내에서, 존재는 독립적인 입자들의 집합이 아니라 자기 일관적인
429 복합 위상장의 재귀적 자기 조직화로 해석됩니다.

430

431 존재의 기본 상태는 다음과 같이 정의됩니다.

432 $S = P + iQ$,

433 평형 조건 $P = |Q|$ 을 만족합니다.

434 여기서 P 는 전역 위상 성분을 나타내고 Q 는 국소 복소 사원수 위상 구조를
435 나타냅니다. 안정적인 존재는 재귀적 위상 평형 조건 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$ 과 $\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$ 을 만족하는 것으로 제안되며,
436 복소 사원수 구형 진동자로 해석됩니다.

437

본 연구는 이러한 틀을 바탕으로 존재의 기하학을 도입하고, 시간 독립적 위상
평형 및 곱셈 불변 기하학의 원리를 정립하며, 질량을 위상장의 기하학적
응축으로 해석합니다. 또한 안정적인 입자의 고유 구조는 보편적 바리온 질량,
우주 반지름, 곱셈 불변성 및 위상 평형으로부터 도출될 수 있다고 제안합니다.
이러한 결과는 안정적인 물리적 존재를 위한 통합된 기하학적 틀로 제시됩니다.

1. Introduction

현대 물리학은 자연을 정량적으로 기술하는 데 큰 성공을 거두었다. 고전역학,
양자역학, 일반상대성이론 및 표준모형은 각각의 영역에서 높은 예측력을 보여
왔으며, 현대 과학기술의 발전을 가능하게 하였다.

그러나 이러한 이론들은 자연을 기술하는 강력한 수학적 틀을 제공함에도
불구하고, 왜 안정된 존재가 형성되는가라는 보다 근본적인 존재론적 질문에는
서로 다른 관점에서 접근한다. 질량, 공간, 장, 입자 및 상호작용은 일반적으로
기본 요소로 가정되지만, 이들 모두를 하나의 기하학적 원리로 설명하는 통합된
구조는 아직 확립되어 있지 않다.

본 연구는 곱셈 불변 위상 평형에 기반한 통합된 기하학적 틀로서 **존재의
기하학**을 제안한다.. COD(Complex Oscillator Dynamics)에서는 존재를 독립적인
입자들의 집합이 아니라, 자기정합을 이루는 복소 위상장의 재귀적 자기조직화
과정으로 해석한다.

이 관점에서 존재의 기본 상태는

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q}$$

로 정의되며,

$$\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|$$

를 만족하는 위상평형 구조를 안정된 존재의 고유 상태로 제안한다. 또한 모든
안정된 존재는

463 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0,$

464 $\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$

465 을 만족하는 복소 쿼터니언 구형 진동자(Complex Quaternionic Spherical Oscillator)로
466 해석된다.

467 이 논문은 먼저 존재의 기하학적 정의를 제시하고, 시간독립 위상평형과
468 승산불변 구조를 정식화한 후, 질량을 위상장의 기하학적 응축으로 해석한다.
469 이어서 우주 보통물질과 우주 반경만을 이용하여 안정된 입자의 고유 구조를
470 유도하는 COD의 결과를 제시하고, 이를 바탕으로 존재의 기하학(Geometry of
471 Existence)이라는 통합적 틀을 제안한다.

472 좋습니다.

473 지금부터는 **8 페이지 이내의 메인 논문**를 기준으로 불필요한 설명을 줄이고, 정의
474 $\rightarrow$ 수식 $\rightarrow$ 물리적 의미만 남기는 형태로 구성하겠습니다.

475

476 2. 존재의 기하학 (Geometry of Existence)

477 현대 물리학은 질량, 장, 입자 및 상호작용을 자연의 기본 요소로 기술한다.
478 COD는 이들보다 더욱 근본적인 수준에서, **안정된 존재는 하나의 기하학적**
479 **자기정합 구조**라는 관점을 제안한다.

480 COD에서 존재의 기본 상태는 다음과 같이 정의된다.

481 $\mathbf{S} = \mathbf{P} + i\mathbf{Q}$

482 여기서 $\mathbf{P}$ 는 전역(Global) 위상 성분이며, $\mathbf{Q}$ 는 국소(Local) 복소 쿼터니언 위상
483 성분을 나타낸다.

484 안정된 존재는 다음의 위상평형 조건을 만족하는 상태로 정의한다.

485 $\mathbf{P} = |\mathbf{Q}|$

이 조건은 전역 위상과 국소 위상이 서로 자기정합(Self-consistency)을 이루는
기하학적 평형 상태를 의미한다.

COD에서는 존재를 독립적인 입자의 집합으로 보지 않는다. 존재는 복소
위상장이 재귀적으로 자기조직화(Self-Organization)되어 형성되는 하나의 기하
구조이며, 이러한 구조는 모든 스케일에서 동일한 원리에 따라 반복적으로
나타난다.

따라서 존재의 기하는 자연을 기술하기 위한 수학적 표현이 아니라, 자연이
스스로를 생성하고 유지하는 근본 구조로 제안된다.

494

3. 시간독립 위상평형 (Time-Independent Phase Equilibrium)

COD는 안정된 존재를 시간에 따라 변화하는 과정이 아니라, 시간과 무관하게
유지되는 위상평형 상태로 해석한다.

안정 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$$

이는 위상 불일치가 재귀적으로 감소하여 자기정합 상태에 수렴함을 의미한다.

동일한 원리는 다음의 변분식으로 표현된다.

$$\delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$$

여기서 K_{ij} 는 위상 결합 계수이며, Φ_i 는 각 위상 자유도를 나타낸다.

이 조건을 만족할 때 전체 시스템은 최소 위상 불일치 상태를 유지하며 안정된
존재가 형성된다.

507 COD에서는 시간을 존재의 독립적인 물리량으로 사용하지 않는다. 시간은
 508 변화의 순서를 기술하는 관측 변수이며, 존재를 결정하는 근본 변수는 위상
 509 구조와 그 자기정합 조건이다.

510 이 관점에서 운동은 시간축을 따라 생성되는 궤적이 아니라, 국소 위상 구조가
 511 전역 위상장과 지속적으로 자기정합을 이루어 가는 과정으로 해석된다. 안정된
 512 존재는 이러한 시간독립 위상평형을 유지하는 복소 쿼터니언 구형 진동자의 정상
 513 상태로 제안된다.

514

515 좋습니다.

516 이제부터는 논문의 **핵심 이론부**입니다. 앞의 2장과 3장이 존재와 안정성의
 517 정의였다면, 4장과 5장에서는 **그 안정성이 어떻게 전 우주적으로 유지되는가**를
 518 설명합니다.

519

520 4. 승산불변 기하 (Multiplicative-Invariant 521 Geometry)

522 COD는 안정된 존재가 모든 스케일에서 동일한 기하학적 자기정합 구조를
 523 유지한다고 제안한다. 이러한 보편적 자기유사성은 **승산불변(Multiplicative
 524 Invariance)**이라는 기하학적 관계로 표현된다.

525 국소 구조와 전역 구조 사이에는 다음 관계가 성립한다.

526
$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{M}_T \cdot \mathbf{r}$$

527 또는

528
$$\mathbf{M} / \mathbf{M}_T = \mathbf{r} / \mathbf{R}$$

여기서 $\mathbf{M}$ 과 $\mathbf{r}$ 은 국소 질량과 그에 대응하는 고유 반경을, $\mathbf{M}_T$ 와 $\mathbf{R}$ 은 우주
보통물질과 우주의 기준 반경을 각각 나타낸다.

이를 통해 전역 구조와 국소 구조는 동일한 기하학적 비례 관계를 유지하며,
안정된 존재는 모든 스케일에서 하나의 승산불변 구조를 공유한다고 해석한다.

이를 정규화하면

$$\mu = \mathbf{M}_T / \mathbf{R}$$

$$\mu^{-1} = \mathbf{R} / \mathbf{M}_T$$

이며,

$$\mu \cdot \mu^{-1} = 1$$

을 만족한다.

COD 에서는 이러한 관계를 단순한 비례식이 아니라, 존재가 스스로의 기하를
유지하기 위한 보편적인 자기정합 조건으로 해석한다.

따라서 승산불변은 전역과 국소를 연결하는 기하학적 제약 조건이며, 자연계의
자기유사성과 안정성을 설명하는 기본 원리로 제안된다.

543

5. 질량 기하 (Mass Geometry)

COD 에서는 질량을 독립적인 기본량으로 가정하지 않는다. 질량은 복소
위상장이 안정된 위상평형 상태를 이루며 응축한 결과로 형성되는 **기하학적
고유값(Eigenvalue)**으로 해석한다.

질량의 기하학적 정의는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{M} \propto \int |\nabla \Phi|^3 dV$$

여기서 $\nabla\Phi$ 는 위상장의 공간 기울기를 나타낸다.

질량 구조는 우주의 기준 구조와 다음의 기하학적 고유값을 공유한다.

$$\lambda_c = 2\sqrt{3}$$

$$\lambda_G = \sqrt{3} / 6$$

그리고

$$\lambda_c \cdot \lambda_G = 1$$

을 만족한다.

이를 이용하면 우주의 전역 구조는

$$c^2 = \lambda_c \cdot G \cdot M_T / R$$

로 표현되며,

동등하게

$$G = \lambda_G \cdot c^2 \cdot R / M_T$$

를 얻는다.

COD에서는 c 를 전역 위상 전달의 기하학적 척도, G 를 국소 위상 응축의 기하학적 척도로 해석하며, 두 상수는 서로 독립적인 물리량이 아니라 승산불변 구조를 이루는 상호 보완적인 기하학적 고유값으로 제안한다.

566

제 6 장. 기하로부터 유도되는 질량 고유구조

6.1 시간독립 위상평형으로부터의 안정 질량 고유구조

COD에서는 안정한 기본 입자를 **시간독립 위상평형(Time-Independent Phase Equilibrium)**으로부터 생성되는 **질량 고유구조(Mass Eigenstructure)**로 해석한다.

이에 대응하는 질량-반경 고유구조는 다음과 같이 정의된다.

$$r_i = \sqrt{3} \cdot (2Gm_i / c^2)$$

여기서

- m_i : 입자의 질량 고유값(Mass Eigenvalue)
- r_i : COD 위상응축 반경(Phase-Condensation Radius)

위상응축 반경은 각 안정 질량 고유값에 대응하는 고유한 기하학적 길이 척도를 의미한다.

본 계산에서는 다음의 우주 기준값을 사용하였다.

$$M_T = 1.70 \times 10^{53} \text{ kg}$$

$$R = 4.40 \times 10^{26} \text{ m}$$

581

Table 1. COD 기반 안정 입자의 질량 고유구조

입자	질량 고유값 m_i (kg)	COD 질량-반경 고유구조	정규화 COD 반경 r_i/R	승산불변 기준값 (Reference r_i/R)	정규화 오프셋
전자	9.10938×10^{-31}	$r_e = 2.34339 \times 10^{-57} \text{ m}$	5.32588×10^{-84}	5.35846×10^{-84}	+0.6118%
양성자	1.67262×10^{-27}	$r_p = 4.30282 \times 10^{-54} \text{ m}$	9.77913×10^{-81}	9.83895×10^{-81}	+0.6118%
중성자	1.67493×10^{-27}	$r_n = 4.30875 \times 10^{-54} \text{ m}$	9.79261×10^{-81}	9.85251×10^{-81}	+0.6118%

583

6.2 해석

584

585 Table 1 은 전자, 양성자 및 중성자의 질량 고유구조를 COD 관점에서 나타낸
586 것이다.

587 각 입자의 질량 고유값은

$$588 \quad r_i = \sqrt{3} \cdot (2Gm_i / c^2)$$

589 를 통해 하나의 고유한 위상응축 반경을 결정한다.

590 이를 우주 기준 반경 R 에 대해 정규화한 값(r_i/R)은 승산불변 관계로부터
591 얻어지는 기준값과 비교할 때, 모든 입자에서 동일하게 약 +0.6118%의 차이를
592 보인다.

593 COD 에서는 이 공통된 Difference 를 개별 입자의 오차가 아니라, 채택한 우주
594 기준값(M_T, R)에 의해 결정되는 **정규화 기준 오프셋 (Normalization Offset)**으로
595 해석한다.

596 따라서 Table 1 은 전자, 양성자 및 중성자가 동일한 승산불변 기하에 의해 기술될
597 수 있음을 보여주는 질량 고유구조의 계량적 결과로 해석된다.

598

599 6.3 거시 구조와의 연결

600 동일한 승산불변 관계의 거시적 적용 결과는 **Supplementary Table S1** 에
601 제시하였다.

602 Supplementary Table S1 에서는 태양과 태양계 8 개 행성에 대해 동일한 관계식을
603 적용하였으며, 모든 천체에서 동일한 정규화 기준 차이가 나타남을 확인하였다.

604 따라서 Table 1 과 Supplementary Table S1 은 미시적 입자 구조와 거시적 천체
605 구조가 모두 동일한 승산불변 기하

$$606 \quad M / M_T = r / R$$

607 를 공유함을 보여준다.

이 결과는 서로 독립적인 다수의 검증이라기보다, 하나의 보편적 기하 관계가 서로 다른 물리적 스케일에 일관되게 적용됨을 보여주는 **내적 정합성(Internal Consistency)**의 계량적 예시로 해석된다.

7. 토론

본 연구는 시간독립 위상평형과 승산불변 기하를 기반으로, 질량을 **존재의 고유값(Eigenvalue)**으로 해석하는 COD 기하구조를 제안하였다.

이 관점에서 모든 안정된 존재는 고유 질량을 가지며, 그 질량에 대응하는 위상응축 반경

$$r_i = \sqrt{3 \cdot (2Gm_i / c^2)}$$

을 갖는다. 따라서 길이, 면적 및 부피와 같은 기하학적 크기는 절대적인 값이 아니라, 각 위상장의 응축 정도(중력 크기)에 의해 결정되는 **고유 질량-반경 구조(Intrinsic Mass-Radius Structure)**로 이해된다.

본 논문에서는 이러한 구조가 미시적 입자와 거시적 천체에 동일한 승산불변 관계로 적용될 수 있음을 계량적으로 제시하였다.

향후 연구는 다음 두 방향으로 확장될 수 있다.

1. 기하 이론체계의 정합성 검증

시간독립 위상평형과 승산불변 기하를 기반으로 한 구조를 기존의 중력, 양자장, 우주론 등 다양한 물리 현상으로 연역적으로 확장하고, 관측 및 실험 결과와의 귀납적 비교를 통해 이론의 정합성을 체계적으로 검증하는 것이다.

2. 정규화 위상값 구조의 공학적 활용

승산불변과 정규화된 위상값 구조를 위상 제어, 에너지 전달, 전력망, 반도체, 광학, 양자공학 및 자율 시스템 설계에 적용하여, 기하학적 자기정합에 기반한 새로운 위상공학(Phase Engineering) 기술로 확장하는 것이다.

COD의 관점에서 세계는 질량이라는 본질적 고유값과, 그 질량에 대응하여 형성되는 고유 질량-반경 구조의 계층적 자기유사성으로 구성된다. 이러한 해석은 미시와 거시를 하나의 시간독립 기하 구조 안에서 이해하기 위한 새로운 연구 방향을 제시한다.

8. 결론

본 연구는 시간독립 위상평형과 승산불변 기하를 기반으로 질량을 존재의 고유값(Eigenvalue)으로 해석하는 COD 기하 구조를 제안하였다.

이 틀에서 모든 안정된 존재는 고유 질량과 이에 대응하는 고유 질량-반경 구조를 가지며, 미시적 입자와 거시적 천체는 동일한 승산불변 관계 안에서 기술될 수 있음을 보였다.

이러한 관점은 길이, 면적 및 부피를 절대적 기하량이 아니라, 각 위상장의 응축 구조에 따라 결정되는 고유 기하량으로 해석할 수 있는 가능성을 제시한다.

본 연구는 시간독립 위상평형을 기반으로 존재의 기하 구조를 통합적으로 해석하기 위한 하나의 이론적 틀을 제안하며, 향후 물리학과 공학 전반에서 그 정합성과 활용 가능성을 검증하는 출발점이 되기를 기대한다.

Supplementary 1

승산 불변 물리 구조의 거시적 검증

태양계에서의 Multiplication-Invariant Mass Radius(MIMR)의 자기정합성

1. 목적

본 Supplementary 는 COD(Complex Oscillator Dynamics)에서 제안하는 **승산 불변(Multiplication Invariance)** 구조가 태양계 규모에서도 일관된 정규화 관계를 유지하는지를 검토한다.

COD 는 모든 안정된 물질이 고유한 **고유 질량 반경(Intrinsic Mass Radius, MIMR)** 을 가진다고 제안한다.

그 기본 정의는 다음과 같다.

$$r_MIMR = \sqrt{3 \cdot (2GM / c^2)}$$

여기서

- G : 중력상수
- M : 물체의 질량
- c : 광속

이다.

COD 는 이 고유 질량 반경이 모든 안정된 물질의 고유한 기하학적 구조를 나타낸다고 해석한다.

2. 승산 불변 정규화 구조

COD 는 국소 질량과 우주 전체의 기준 질량 사이에 다음의 정규화 관계를 제안한다.

$$\mathbf{M} / \mathbf{M}_T = \mathbf{r}_{\text{MIMR}} / \mathbf{R}$$

여기서

- $\mathbf{M}_T$: 우주의 기준 질량
- $\mathbf{R}$: 우주의 기준 반경

이다.

이는 다음과 같은 승산 불변 구조와 동치이다.

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{M}_T \cdot \mathbf{r}_{\text{MIMR}}$$

또한

$$\mathbf{r}_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2\mathbf{GM} / \mathbf{c}^2)$$

를 대입하면,

다음의 우주론적 스케일 관계를 얻는다.

$$\mathbf{c}^2 = 2\sqrt{3} \cdot \mathbf{GM}_T / \mathbf{R}$$

본 Supplementary 에서는 위 관계가 태양계 규모에서 얼마나 일관되게 유지되는지를 검토한다.

3. 계산 조건

계산에는 다음의 우주 기준값을 사용하였다.

694 $M_T = 1.70 \times 10^{53} \text{ kg}$

695 $R = 4.40 \times 10^{26} \text{ m}$

696 태양과 8 개 행성에 대해

697 고유 질량 반경

698 $r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2)$

699 을 계산하고,

700 다음의 정규화 비를 비교하였다.

701 M / M_T

702 r_{MIMR} / R

703 그리고

704 $(M / M_T) / (r_{\text{MIMR}} / R)$

705 를 계산하였다.

706

707 **Table S1. 태양계에서의 승산 불변 기하**
 708 **구조의 자기정합성 검증**

천체	질량 M (kg)	슈바르츠실트 반경 r_s (m)	MIMR 반경 $r = \sqrt{3} \cdot r_s$ (m)	M/M_T	$r/R (M/M_T)/(r/R)$	오차
수성	3.301×10^{23}	4.9028×10^{-4}	8.4918×10^{-4}	1.9418×10^{-30}	1.9300×10^{-30}	1.006118 +0.6118%
금성	4.867×10^{24}	7.2286×10^{-3}	1.2520×10^{-2}	2.8629×10^{-29}	2.8455×10^{-29}	1.006118 +0.6118%
지구	5.972×10^{24}	8.8698×10^{-3}	1.5363×10^{-2}	3.5129×10^{-29}	3.4916×10^{-29}	1.006118 +0.6118%

천체	질량 M (kg)	슈바르츠실트 반경 r_s (m)	MIMR 반경 $r = \sqrt{3} \cdot r_s$ (m)	M/M_T	$r/R (M/M_T)/(r/R)$	오차
화성	6.417×10^{23}	9.5307×10^{-4}	1.6508×10^{-3}	3.7747×10^{-30}	3.7518×10^{-30}	$1.006118 + 0.6118\%$
목성	1.898×10^{27}	2.8190	4.8826	1.1165×10^{-26}	1.1097×10^{-26}	$1.006118 + 0.6118\%$
토성	5.683×10^{26}	0.84406	1.4620	3.3429×10^{-27}	3.3226×10^{-27}	$1.006118 + 0.6118\%$
천왕성	8.681×10^{25}	0.12893	0.22332	5.1065×10^{-28}	5.0754×10^{-28}	$1.006118 + 0.6118\%$
해왕성	1.024×10^{26}	0.15209	0.26342	6.0235×10^{-28}	5.9869×10^{-28}	$1.006118 + 0.6118\%$
태양	1.989×10^{30}	2954.1	5116.7	1.1700×10^{-23}	1.1629×10^{-23}	$1.006118 + 0.6118\%$

4. 결과 해석

Table S1 의 가장 중요한 특징은

$(M / M_T) / (r_{\text{MIMR}} / R)$

이 태양과 모든 행성에서

1.006118

이라는 동일한 값을 나타낸다는 점이다.

평균 편차는

+0.6118%

였다.

이러한 일정성은

$r_{\text{MIMR}} = \sqrt{3} \cdot (2GM / c^2)$

의 정의에서 비롯된다.

722 즉, 정규화 비

$$723 \quad (M / M_T) / (r_{MIMR} / R)$$

724 에서는 질량 M 이 분자와 분모에 동시에 포함되므로 대수적으로 소거된다.

725 따라서 Table S1 은 **9 개의 서로 독립적인 관측 검증**을 의미하는 것이 아니다.

726 오히려 모든 계산은 동일한 우주론적 스케일 관계,

$$727 \quad c^2 = 2\sqrt{3} \cdot GM_T / R$$

728 를 서로 다른 질량 규모에 반복 적용한 결과이다.

729

730 5. 물리적 의미

731 Table S1 이 보여주는 핵심은 개별 행성이 새로운 물리 법칙을 독립적으로
732 입증한다는 것이 아니다.

733 오히려 하나의 우주론적 정규화 구조가 태양계 전체에 걸쳐 동일한 방식으로
734 유지됨을 보여준다.

735 COD 에서는 이를 승산 불변 구조의 **거시적 자기정합성(macroscopic self-**
736 **consistency)** 으로 해석한다.

737 즉,

$$738 \quad M / M_T = r_{MIMR} / R$$

739 은 국소 질량과 우주 전체가 동일한 기하학적 정규화 법칙을 공유함을 나타내는
740 관계로 제안된다.

741 그러나 본 결과만으로 승산 불변 구조가 자연의 물리 법칙임이 확정되는 것은
742 아니다. 이러한 해석의 타당성은 독립적인 관측 예측과 추가적인 실험적 검증을
743 통해 평가되어야 한다.

6. 결론

태양과 8 개 행성에 대한 정규화 계산 결과,

$$(M / M_T) / (r_{MIMR} / R) = 1.006118$$

이라는 동일한 값이 반복적으로 나타났으며,

평균 편차는

$$+0.6118\%$$

였다.

이 결과는 하나의 우주론적 스케일 관계

$$c^2 = 2\sqrt{3} \cdot GM_T / R$$

가 태양계 전체에 대해 동일한 정규화 질량-반경 관계를 재현함을 보여준다.

COD 의 관점에서 이는 **승산 불변 기하 구조의 거시적 자기정합성**을 시사하는 결과로 해석된다. 이 Supplementary 는 그러한 해석의 출발점으로서 정규화 구조의 일관성을 제시하며, 향후 독립적인 예측과 관측을 통해 보다 엄밀한 검증이 이루어질 필요가 있다.

765

참고 문헌

Author	Year	Key citation concept	Location
Newton, I.	1687	Classical gravitation	Introduction
Hamilton, W. R.	1834– 1835	Hamiltonian variational mechanics	Introduction, Sec. 3
Hamilton, W. R.	1843	Quaternions and geometric algebra	Sec. 2
Riemann, B.	1859	Geometric structure and eigenvalue viewpoint	Discussion
Hilbert, D.	1900	Variational principle and mathematical formulation	Sec. 3
Einstein, A.	1915	General relativity and spacetime geometry	Introduction
Noether, E.	1918	Symmetry and conservation laws	Sec. 3
Schrödinger, E.	1926	Complex wave representation	Sec. 2
Yang, C. N. & Mills, R. L.	1954	Gauge-field geometry	Discussion
Penrose, R.	1965	Gravitational geometry and singularity theory	Discussion
Mandelbrot, B. B.	1982	Self-similarity and scale invariance	Sec. 4
Hestenes, D.	1966	Geometric algebra	Sec. 2
Planck Collaboration	2020	Cosmological parameters (baryonic mass, universe scale)	Sec. 6

766 Ryoo, J. K. (2026). *Geometry of Existence: The Geometric Process of Mass–Energy*
 767 *Formation Based on Multiplicative-Invariant Phase Equilibrium.*
 768 <https://doi.org/10.5281/zenodo.21504403>

769